

## Détermination de la Masse de Jupiter avec un telescope 115 900 et une webcam philips scp 900

Je vous propose de déterminer la masse de jupiter avec un telescope 115 -900 et une webcam spc 900 philips en utilisant la troisième loi de Kepler :

### I Principe de la méthode mise en oeuvre :

Les satellites gravitent autour de Jupiter en suivant la troisième loi de Kepler

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

avec :

$a$  le demi grand-axe de la trajectoire

$T$  la période de rotation : la durée de révolution d'un satellite autour de jupiter

$G$  la constante de gravitation :  $G = 6,67300 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

$M$  la masse de l'astre attracteur c'est à dire ici la masse de jupiter ( ce que l'on cherche ) :

$$M = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{a^3}{T^2}$$

### modèle utilisé :

La formule simplifiée de la troisième loi de Kepler repose sur l'*approximation de l'astre attracteur fixe* : La planète Jupiter est considérée comme « fixe »

Elle n'est pas perturbée par le mouvement de ses satellites que l'on suppose beaucoup plus légers .

On approximera les trajectoires elliptiques des satellites en trajectoires circulaires : le demi grand axe de l'ellipse devenant alors simplement le rayon du cercle  $R$  de la trajectoire du satellite considéré

$$M = \frac{4\pi^2}{G} \cdot \frac{R^3}{T^2}$$

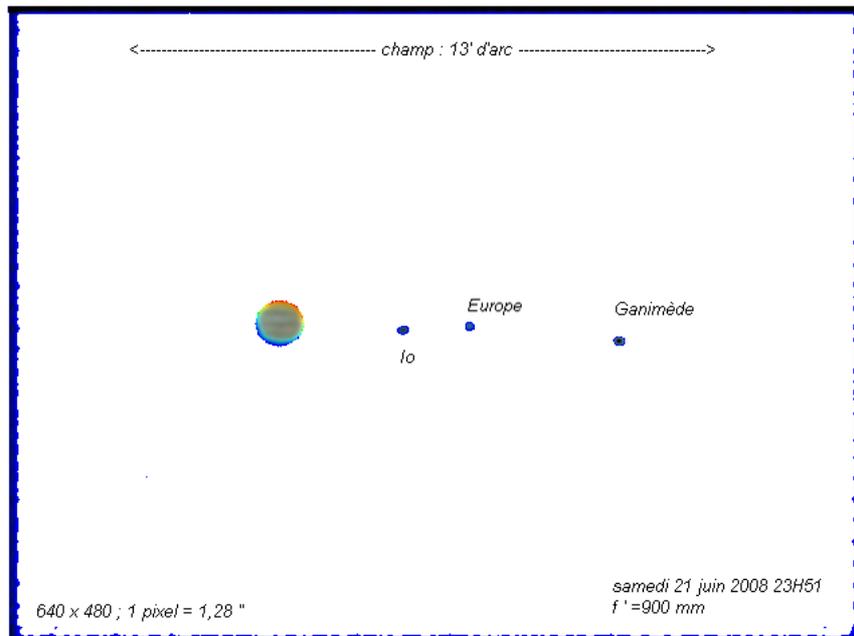
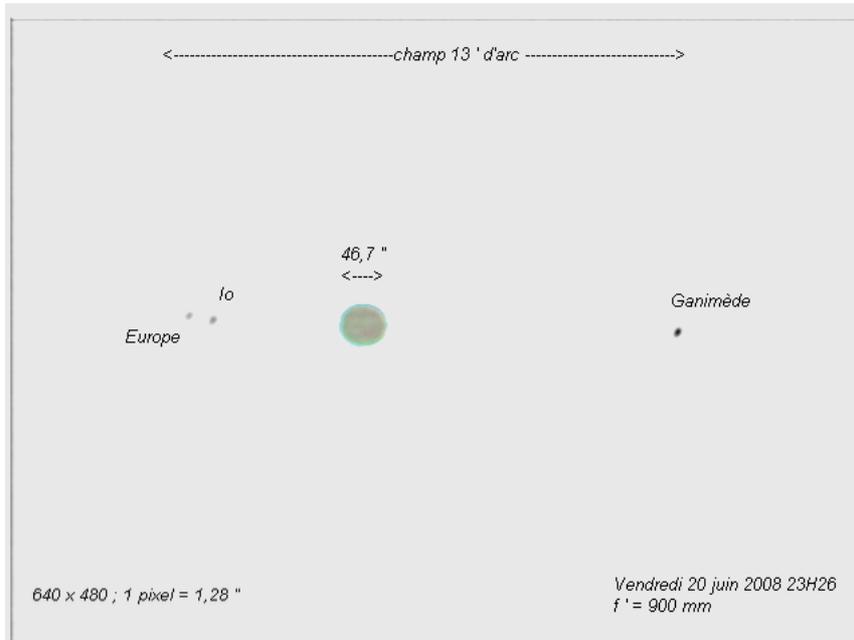
il suffit donc de déterminer expérimentalement la période de chaque satellite et de trouver le rayon de chaque trajectoire circulaire des satellites et d'utiliser 4 fois la formule pour obtenir 4 estimations de la masse de jupiter !

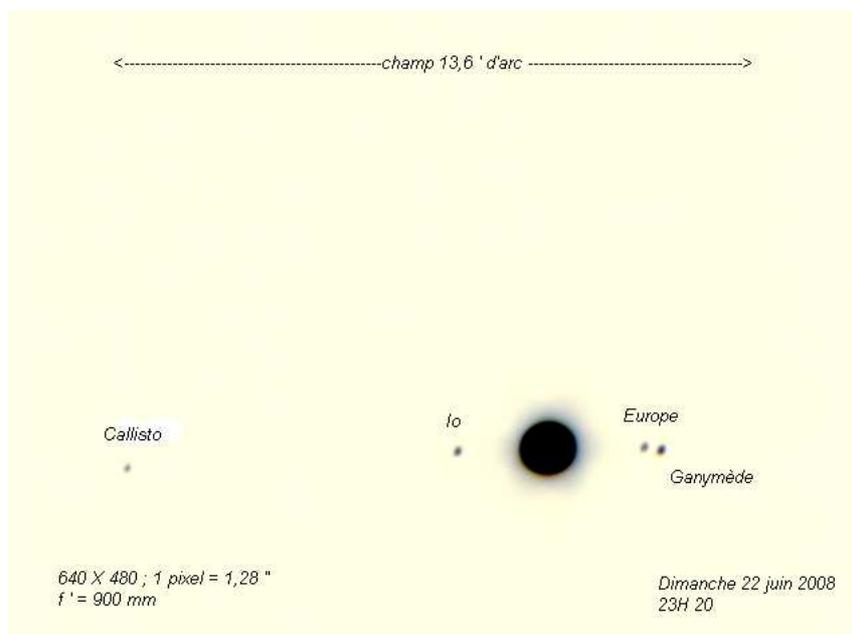
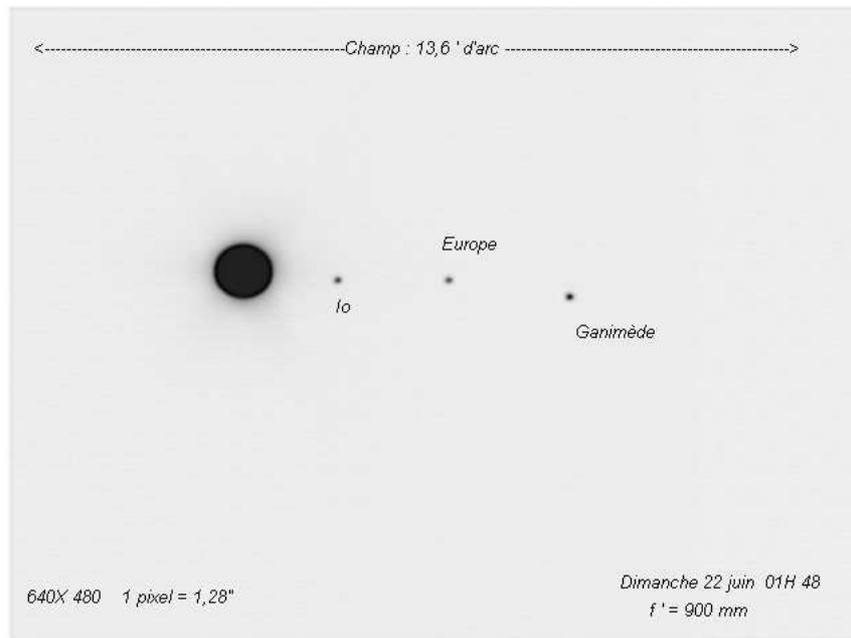
### II Enregistrement des photos de Jupiter à différents instants :

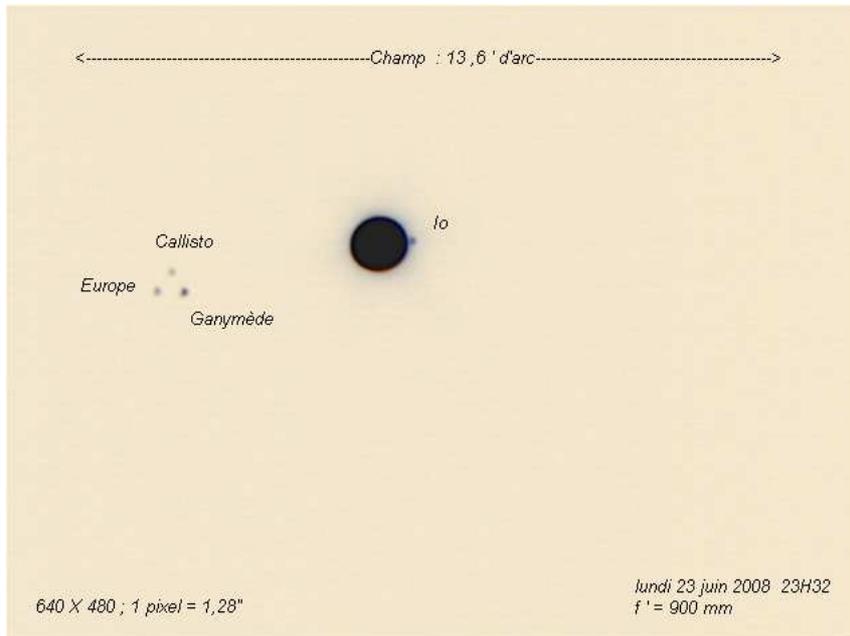
Grâce à la webcam placée au foyer du telescope , on peut enregistrer les positions des satellites de Jupiter lors de différentes soirées d'observation .

La focale du telescope est de 900 mm , les pixels de la caméra placée au foyer font  $5,6 \mu\text{m}$  et les images sont au format 640 \* 480 . Ceci permet de déterminer le champ de la caméra et la dimension angulaire d'un pixel soit  $1,28''$  ( '' = secondes d'arc )

J'obtiens les photos suivantes : ( négatif )





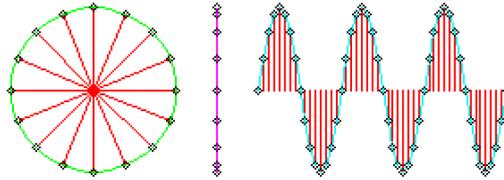


### III Utilisation du logiciel Regressi

On mesure à l'aide d'une règle d'écran ( Kruler avec linux ou Screen Ruler avec Windows ) les pixels séparant le centre de la planète et les satellites pour les différentes dates converties en secondes on obtient :

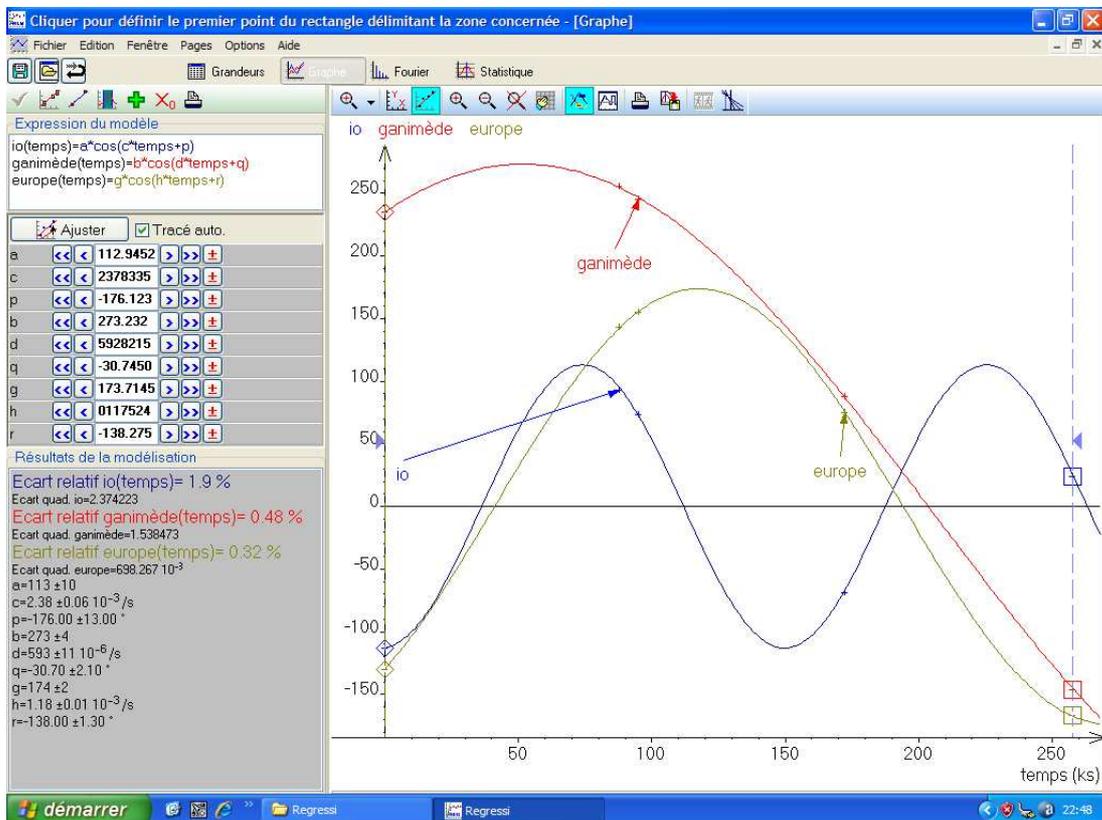
date	durée (s)	io ( pixel )	Ganymède (pixel)	Europe (pixel)	Callisto(pixel )
20 juin 23H26	0	-113	235	-130	?
21 juin 23H51	87900	93	255	143	?
22 juin 01H48	94920	73	245	155	?
22 juin 23H20	172440	-69	88	75	-319
23 juin 23H32	259560	24	-146	-167	-155

Ces pixels séparants le centre de Jupiter de chaque satellite sont en fait la projection à différents instants d'une trajectoire circulaire comme l'indique les trois dessins suivants :



On utilise alors le logiciel Regressi pour obtenir une modélisation en sinussoïde pour chaque satellite .

$$r(\text{ temps } ) = R \times \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \text{ temps } + \varphi\right)$$



ça marche extrêmement bien .....je m'attendais à bien pire !!!!

Je n'ai pas assez de points expérimentaux pour Callisto .

on a donc reconstitué expérimentalement la courbe des éphémérides des satellites que l'on peut trouver dans les pages d'observation des magazines d'astronomie .

#### IV Exploitation finale et détermination de $M_{\text{jupiter}}$

Sachant que un pixel = 1,28" , connaissant le diamètre apparent de jupiter qui vaut au moment des observations 46,7 " et qui représente 142 984 km ( wikipédia ) on trouve

donc 1 pixel représente sur Jupiter au moment des clichés  $\frac{142984}{46,7} \times 1,28 = 3920$  km

on obtient donc pour R et T les valeurs suivantes :

	R en pixel	R en km	T en seconde	$\frac{R^3}{T^2}$	$M_{\text{jupiter}} = \frac{4\pi^2 \cdot R^3}{G \cdot T^2}$	écart
Ganymède	273	1 064 700	607 082	$3,27 \cdot 10^{15}$	$1,93 \cdot 10^{27}$ kg	2%
Europe	174	678 600	305 084	$3,36 \cdot 10^{15}$	$1,98 \cdot 10^{27}$ kg	5%
Io	113	440 700	151 260	$3,74 \cdot 10^{15}$	$2,21 \cdot 10^{27}$ kg	15%
Callisto						

La masse "officielle" de la planète est 1,8986 1027 kg (317,8 Terres) ( sources wikipédia )

donc on approche la valeur officielle avec un écart correct pour ganymède et Europe , un peu grand pour Io , et elle est toujours surévaluée ....

les causes d'incertitudes sont à recherchées dans nos hypothèses simplificatrices ( trajectoire circulaire en particulier )

#### V Conclusion :

Il est donc possible pour l'astronome amateur de réaliser des expériences historiques simples en exploitant les techniques numériques facilement accessibles de nos jours afin de dépasser le simple coté esthétique des clichés astronomiques .

